EXERCICE N°4 :	70'	7 points	

I– Soit la fonction g définie sur $]0,+\infty[$ par $g(x)=2\ln x+x$.

1°) Dresser le tableau de variation de g.

2°) Montrer $g(x)=0$ admet dans $]0,+\infty[$ une unique solution α et que $0,7<\alpha<0,8$.

II– Soit la fonction f définie sur $[0,+\infty[$ par $f(x)=\sqrt[3]{x}\,e^{-\frac{x}{3}}$ et $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

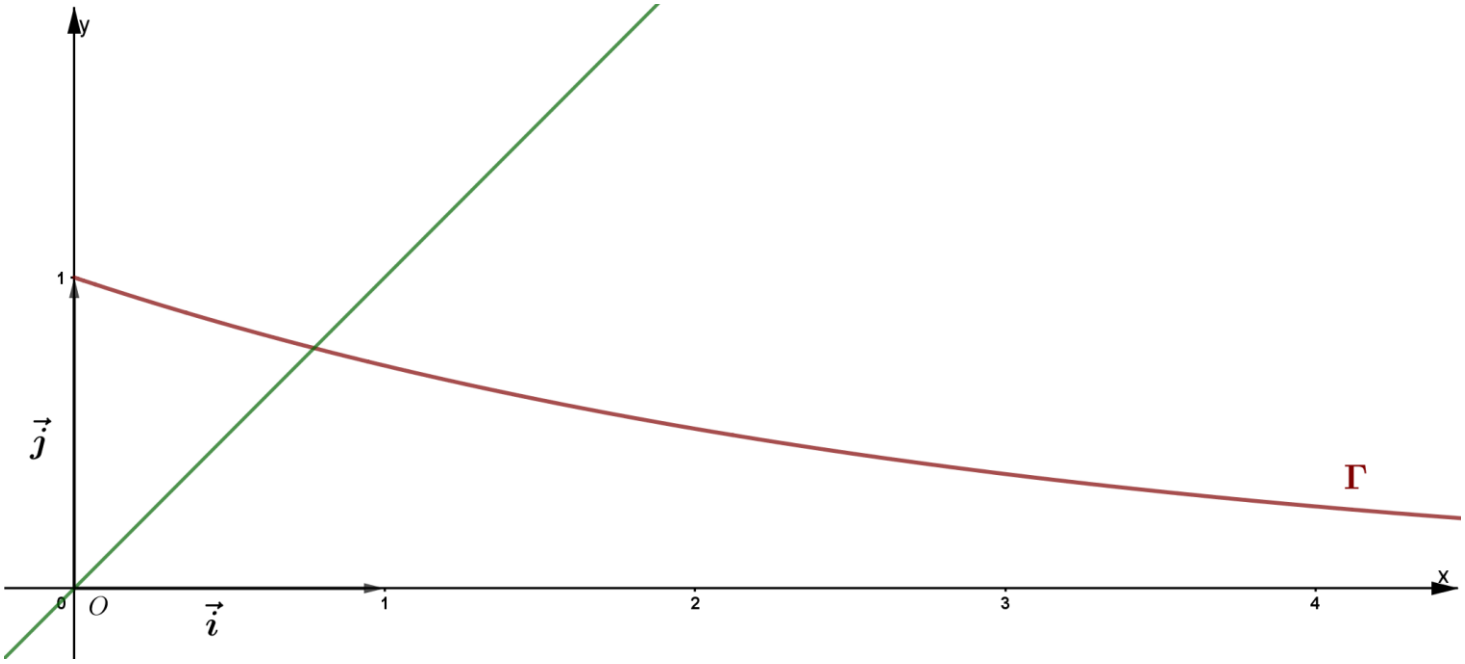
1°) a) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

b) Etudier la dérivabilité de f à droite en 0. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

2°) a) Montrer que pour tout $x\in]0,+\infty[$, $f'(x)=\left(\frac{1}{3x}-\frac{1}{3}\right)f(x)$

b) Dresser le tableau de variation de f.

4°) Dans la figure ci-dessous On a tracé relativement au repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ la droite $\Delta: y=x$ et la courbe Γ représente la fonction définie sur $[0,+\infty[$ par : $x\mapsto e^{-\frac{x}{3}}$.



a) Montrer que pour tout $x\in]0,+\infty[$; $\mathscr{C}$ coupe Δ en un seul point d'abscisse α.

b) Etudier la position relative de $\mathscr{C}$ et Γ.

c) Placer sur la figure le point A de $\mathscr{C}$ d'abscisse 1.

d) Tracer $\mathscr{C}$ dans le même repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.

Tél : +216 29 862 229 / +216 29 862 464 - Email : contact@takiacademy.com